

Espiral de caderno como mola didática de baixo custo: determinação da constante elástica pelos métodos estático e dinâmico

Spiral notebook binding as a low-cost teaching spring: determination of the elastic constant by static and dynamic methods

Encuadernación en espiral para cuadernos como resorte didáctico de bajo costo: determinación de la constante elástica mediante métodos estáticos y dinámicos

DOI: 10.54033/cadpedv22n14-023

Originals received: 44/4/2025

Acceptance for publication: 11/28/2025

José Humberto de Souza Prates

Doutor em Modelagem Computacional

Instituição: SENAI CIMATEC

Endereço: Salvador, Bahia, Brasil

E-mail: hprates2005@hotmail.com

José Vicente Cardoso Santos

Doutor em Modelagem Computacional

Instituição: SENAI CIMATEC

Endereço: Salvador, Bahia, Brasil

E-mail: vicentecardoso@uneb.br

Islan Lantie Dias Santos

Graduando em Física

Instituição: Universidade do Estado da Bahia (UNEB)

Endereço: Salvador, Bahia, Brasil

E-mail: Islan.lantie@hotmail.com

Sara Adriana Ribeiro Oliveira

Graduanda em Física

Instituição: Universidade do Estado da Bahia (UNEB)

Endereço: Salvador, Bahia, Brasil

E-mail: saraadrianar32@gmail.com

Rodrigo Abrão Manhães

Graduando em Física

Instituição: Universidade do Estado da Bahia (UNEB)

Endereço: Salvador, Bahia, Brasil

E-mail: rodrigolasrete@gmail.com

Hadriel Azevedo de Matos

Graduando em Física

Instituição: Universidade do Estado da Bahia (UNEB)

Endereço: Salvador, Bahia, Brasil

E-mail: hadrielfisica64@gmail.com

Gabriel Araújo do Nascimento

Graduando em Física

Instituição: Universidade do Estado da Bahia

Endereço: Salvador, Bahia, Brasil

E-mail: ggaaaujo@hotmail.com

RESUMO

Este trabalho avalia a possibilidade de utilizar espirais de caderno como molas didáticas em experimentos de Física, investigando se esses materiais apresentam comportamento suficientemente linear para uso em sistemas massa-mola. A pesquisa surgiu da necessidade de desenvolver alternativas simples e de baixo custo para o ensino experimental, especialmente em escolas e universidades com recursos limitados, sem comprometer a qualidade das medições ou o aprendizado conceitual. O objetivo é determinar o coeficiente elástico das espirais plásticas pelos métodos estático e dinâmico, comparando os resultados e analisando a adequação dessas molas artesanais em relação às metálicas convencionais. Foram realizados testes com espirais de caderno, chumbos de pesca e instrumentos básicos, como trena e cronômetro digital. As medições foram tratadas por regressão linear ponderada, com propagação de incertezas e comparação entre os valores de k obtidos pelos dois métodos. Os resultados mostraram alta concordância entre os valores e boa linearidade nas deformações moderadas, evidenciando que o material se comporta de forma previsível dentro da faixa de uso didático. Conclui-se que as espirais plásticas são alternativas viáveis e resistentes para experimentos de baixo custo, capazes de reproduzir, com precisão satisfatória, o comportamento de molas comerciais. Além de confirmar a validade física do método, o trabalho reforça a importância de práticas experimentais acessíveis, que valorizem a criatividade, a autonomia e o protagonismo dos estudantes no processo de construção do conhecimento científico.

Palavras-chave: Sistema Massa-Mola. Constante Elástica. Experimento de Baixo Custo. Física.

ABSTRACT

This work examines the feasibility of using notebook spirals as didactic springs in Physics experiments, aiming to verify whether these materials exhibit sufficiently linear behavior for application in mass-spring systems. The study arose from the need to develop simple and low-cost alternatives for experimental teaching, especially in schools and universities with limited resources, without compromising measurement accuracy or conceptual learning. The main goal is to determine the elastic constant of plastic spirals through both static and dynamic methods, comparing the results and evaluating the suitability of these homemade springs as substitutes for conventional metallic ones. Experiments were conducted using notebook spirals, fishing sinkers as masses, and basic measuring instruments such as a tape measure and a digital stopwatch. The data were analyzed using weighted linear regression, including uncertainty propagation and comparison of the values of k obtained by the two methods. The results showed strong agreement between the methods and good linearity under moderate deformations, indicating that the material behaves predictably within the educational range of use. It is concluded that plastic notebook spirals are viable and durable alternatives for low-cost experiments, capable of reproducing, with satisfactory precision, the behavior of commercial springs. Beyond confirming the physical validity of the method, this study highlights the importance of accessible experimental practices that promote creativity, autonomy, and student engagement in the active construction of scientific knowledge.

Keywords: Mass-Spring System. Elastic Constant. Low-Cost Experiment. Physics.

RESUMEN

Este trabajo evalúa la posibilidad de utilizar espirales de cuadernos como resortes didácticos en experimentos de física, investigando si estos materiales presentan un comportamiento suficientemente lineal para su uso en sistemas masa-resorte. La investigación surgió de la necesidad de desarrollar alternativas sencillas y económicas para la enseñanza experimental, especialmente en escuelas y universidades con recursos limitados, sin comprometer la calidad de las mediciones ni el aprendizaje conceptual. El objetivo es determinar el coeficiente elástico de las espirales de plástico mediante métodos estáticos y dinámicos, comparando los resultados y analizando la idoneidad de estos resortes caseros en relación con los metálicos convencionales. Se realizaron pruebas con espirales de cuadernos, plomos de pesca e instrumentos básicos como una cinta métrica y un cronómetro digital. Las mediciones se analizaron mediante regresión lineal ponderada, con propagación de incertidumbres y comparación entre los valores de k obtenidos por ambos métodos. Los resultados mostraron una alta concordancia entre los valores y una buena linealidad en deformaciones moderadas, demostrando que el material se comporta de forma predecible dentro del rango de uso didáctico. Se concluye que las bobinas de plástico son alternativas viables y robustas para experimentos de bajo costo, capaces de reproducir, con precisión satisfactoria, el comportamiento de los resortes comerciales. Además de confirmar la validez física del método, este trabajo refuerza la importancia de prácticas experimentales accesibles que valoran la creatividad, la autonomía y

el protagonismo de los estudiantes en el proceso de construcción del conocimiento científico.

Palabras clave: Sistema Masa-Resorte. Constante Elástica. Experimento de Bajo Costo. Física.

1 INTRODUÇÃO

A realização de experimentos de Física muitas vezes esbarra em limitações materiais e estruturais, especialmente em ambientes educacionais com recursos escassos. Embora laboratórios bem equipados ofereçam condições ideais para investigações quantitativas, uma grande parcela das escolas brasileiras enfrenta desafios logísticos e financeiros que impedem a aquisição de aparatos comerciais. Diante desse cenário, buscar soluções alternativas e acessíveis torna-se essencial tanto para democratizar o ensino quanto para estimular práticas investigativas nos diferentes níveis de formação.

Entre os experimentos fundamentais no estudo de sistemas mecânicos está o clássico sistema massa-mola, amplamente utilizado para introduzir conceitos como força restauradora, elasticidade, oscilações, energia potencial elástica e movimento harmônico simples. No entanto, molas metálicas laboratoriais, apesar de relativamente baratas, podem não estar disponíveis em quantidade suficiente para turmas grandes ou para escolas sem infraestrutura adequada. Além disso, experiências em larga escala — envolvendo grupos de estudantes simultâneos — demandam materiais robustos e de reposição fácil.

Nesse contexto, espirais de caderno surgem como uma alternativa natural. Sua geometria helicoidal é semelhante à de molas de tração, e seu comportamento mecânico, se devidamente limitado a pequenas deformações, pode aproximar-se da linearidade prescrita pela Lei de Hooke. Estudos anteriores já indicam a viabilidade do uso de espirais plásticas de encadernação na construção de dispositivos experimentais simples (Ferreira; Rino, 2006; Axt; Bonadiman; Silveira, 2005), embora ainda sejam poucos os trabalhos que apresentam análises quantitativas detalhadas comparando o desempenho desses materiais ao de molas laboratoriais padronizadas.

Além de favorecer a inclusão e o baixo custo, o uso de espirais plásticas apresenta uma vantagem conceitual relevante: permite ao aluno compreender que o “ser mola” não é atributo exclusivo de materiais metálicos, mas uma propriedade geométrica e estrutural associada ao comportamento elástico do sistema. Essa percepção contribui para desfazer a ideia equivocada de que instrumentos de laboratório são necessariamente especiais ou sofisticados. Na verdade, boa parte das leis físicas pode ser observada a partir de objetos cotidianos, desde que a metodologia seja adequadamente planejada e que se respeitem as limitações do material.

Do ponto de vista pedagógico, o experimento proposto oferece múltiplas oportunidades formativas. Primeiramente, estimula a autonomia do estudante na montagem e preparação do material, permitindo que ele compreenda a importância de condições de contorno, pré-alongamento e repetibilidade das medidas. Em segundo lugar, promove o desenvolvimento da cultura de análise de dados, incluindo regressão linear ponderada, propagação de incertezas e leitura crítica dos coeficientes de determinação. Em terceiro lugar, permite ao estudante confrontar resultados de diferentes abordagens metodológicas — estática e dinâmica — e avaliar, de forma quantitativa, a consistência entre elas.

Outro aspecto relevante é que o experimento incentiva uma postura investigativa: o aluno é instigado a observar possíveis não-linearidades, histerese do material plástico, variações entre espirais de diferentes espessuras, efeitos do atrito na fixação e influências da amplitude de oscilação sobre o período. Esse tipo de reflexão aproxima o ensino de Física de uma prática científica real, na qual medições não são perfeitas e a análise crítica dos resultados é parte essencial do processo.

Assim, este trabalho não se limita a demonstrar que espirais de caderno funcionam como molas de baixo custo, mas pretende oferecer um estudo rigoroso capaz de ser reproduzido por professores, estudantes e pesquisadores interessados em explorar alternativas pedagógicas acessíveis e cientificamente robustas.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 LEI DE HOOKE E MÉTODO ESTÁTICO

Para alongamentos pequenos:

$$F = kx, x = L - L_0 \quad (1)$$

No equilíbrio com massa m , $mg = kx$. Assim, o gráfico de $F(= mg)$ por x é linear, com inclinação k e intercepto idealmente nulo (Aranha et al., 2016; Campomanes et al., 2022).

2.2 OSCILADOR MASSA-MOLA E MÉTODO DINÂMICO

Com pequenas amplitudes:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m + m_{\text{ef}}}{k}}, \quad (2)$$

onde m_{ef} representa a contribuição dinâmica da própria mola [6-8]. A linearização

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{k}\right)m + \left(\frac{4\pi^2}{k}\right)m_{\text{ef}} \quad (3)$$

mostra que a inclinação a do gráfico $T^2 \times m$ fornece $k = 4\pi^2/a$ e o intercepto estima m_{ef} (Fox; Mahanty, 1970; Ruby, 2000).

2.3 MECÂNICA DE MOLAS HELICOIDAIS

Para molas de fio circular sob tração, modelos clássicos dão $k \propto Gd^4/(D^3N)$, com G (módulo de cisalhamento), d (diâmetro do fio), D (diâmetro médio da hélice) e N (nº de espiras ativas). O espiral de caderno é uma mola helicoidal desse tipo; variações de passo, curvaturas locais e atrito nos pontos de fixação podem introduzir leves não linearidades (Campomanes et al., 2022; Triana; Fajardo, 2013).

2.4 PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS E REGRESSÃO

As incertezas experimentais estão associadas às limitações dos instrumentos e à variabilidade das medições. Para o comprimento, as medidas foram obtidas com uma trena milimetrada, cuja incerteza de leitura é $\Delta L = 0,05$ cm. Considerando o alongamento $x = L - L_0$, onde L é o comprimento medido com a massa suspensa e L_0 é o comprimento da mola sem carga, a incerteza combinada em x é dada por:

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_L^2 + \sigma_{L_0}^2} \quad (4)$$

onde σ_L e σ_{L_0} representam as incertezas individuais das medições de L e L_0 , respectivamente. Para o tempo, utilizou-se um cronômetro digital com resolução $\Delta t = 0,01$ s. O tempo total t de $N = 20$ oscilações foi medido três vezes, e o período de uma oscilação é calculado por $T = t/N$.

A incerteza do período é dada por:

$$\sigma_T = \sqrt{(\sigma_t/N)^2 + (\Delta t/N)^2} \quad (5)$$

em que σ_t é o desvio-padrão das três medidas de t . Como o ajuste dinâmico envolve a variável T^2 , sua incerteza é propagada segundo:

$$\sigma_{T^2} = 2T\sigma_T. \quad (6)$$

O cálculo do coeficiente elástico k e de suas incertezas foi feito por meio de regressão linear ponderada. No caso do método estático, a força $F = mg$ é ajustada em função do alongamento x , segundo a relação linear $F = kx + b$. Para o método dinâmico, o ajuste é feito entre T^2 e a massa m , conforme a expressão $T^2 = (4\pi^2/k)m + b$. Em ambos os casos, a determinação dos parâmetros k (inclinação) e b (intercepto) é obtida pelo método dos mínimos quadrados ponderados, em que cada ponto tem um peso $w_i = 1/\sigma_{y,i}^2$, sendo $\sigma_{y,i}$ a incerteza associada à variável dependente y_i .

A matriz de covariância dos parâmetros ajustados é dada por:

$$\Sigma = (X^T W X)^{-1} \chi_v^2 \quad (7)$$

em que X é a matriz das variáveis independentes, W é a matriz diagonal dos pesos e χ_v^2 é o quiquadrado reduzido, definido como $\chi_v^2 = \chi^2/(n - 2)$, com n o número de pontos experimentais. As incertezas finais dos parâmetros ajustados, como σ_k e σ_b , são obtidas pelas raízes das diagonais principais de Σ .

A qualidade do ajuste é avaliada pelo coeficiente de determinação R^2 , calculado por

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} \quad (8)$$

onde SSE (do inglês Sum of Squared Errors) representa a soma dos quadrados dos resíduos, isto é, $SSE = \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2$, e SST (Total Sum of Squares) é a soma total dos quadrados em torno da média dos dados, $SST = \sum_i (y_i - \bar{y})^2$. Assim, R^2 indica a fração da variabilidade experimental explicada pelo modelo linear; valores próximos de 1 significam excelente concordância entre os dados experimentais e o modelo teórico.

3 METODOLOGIA

A metodologia utilizada neste trabalho foi inspirada e adaptada a partir do roteiro experimental "Espirais plásticas de caderno como molas de baixo custo" desenvolvido no Laboratório de Ensino de Física da UNEB, conforme modelo proposto em Prates (2025). O experimento foi conduzido em duas etapas complementares - uma baseada no método estático e outra no método dinâmico - ambas realizadas com o mesmo tipo de espiral, previamente preparado e condicionado.

3.1 MATERIAIS E PREPARAÇÃO DA ESPIRAL

Os materiais empregados foram simples e de baixo custo: uma espiral plástica de caderno, chumbos de pesca de diferentes massas, um suporte metálico fixo, uma trena milimetrada e um cronômetro digital (de celular). Sempre que possível, utilizou-se uma balança digital para determinar as massas individuais dos chumbos, mas, na ausência deste recurso, foram adotados os valores nominais indicados pelo fabricante.

Antes das medições, o espiral foi submetido a um pré-condicionamento para reduzir efeitos de acomodação mecânica do material plástico. Para isso, confeccionaram-se pequenas alças nas extremidades do espiral utilizando clipes e barbante, de modo a facilitar sua fixação ao suporte e à massa suspensa. Em seguida, o conjunto foi pendurado com uma massa moderada durante aproximadamente 30 s e solto três vezes consecutivas, até que o comprimento da espiral estabilizasse. O comprimento de repouso, sem massa, foi então medido e registrado como L_0 .

3.2 PROCEDIMENTO ESTÁTICO - LEI DE HOOKE

Nesta primeira etapa, buscou-se verificar se o espiral obedecia à Lei de Hooke dentro de uma faixa linear de deformação. Para cada massa m , foi medido o novo comprimento L da espiral após o equilíbrio do sistema. O alongamento

correspondente foi obtido por $x = L - L_0$. Cada leitura de L foi repetida de duas a três vezes e, a partir da média, calculou-se o alongamento médio $\bar{x}$.

Em seguida, foi calculada a força elástica exercida pela mola, $F = mg$, adotando-se $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Com os pares ordenados (x, F) , foi traçado o gráfico $F \times x$, ajustando-se uma reta do tipo

$$F = kx + b \quad (9)$$

em que k representa o coeficiente elástico e b o intercepto. O valor de k foi obtido pela inclinação da melhor reta, e o coeficiente de determinação R^2 serviu para avaliar a linearidade dos dados. A incerteza da inclinação, σ_k , foi determinada a partir do erro padrão do ajuste. Quando desejável, também se aplicou a estimativa direta por ponto:

$$k = \frac{mg}{x}, \sigma_k \approx k \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2} \quad (10)$$

onde σ_m e σ_x representam, respectivamente, as incertezas associadas à massa e ao alongamento.

3.3 PROCEDIMENTO DINÂMICO - OSCILADOR MASSA-MOLA

Na segunda etapa, o mesmo espiral foi analisado pelo método dinâmico, considerando as oscilações verticais de um sistema massa-mola. O princípio baseia-se na relação teórica [1]

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_{\text{ef}}}{k}} \quad (11)$$

onde T é o período de oscilação e m_{ef} a massa efetiva do sistema, que inclui a contribuição de um terço da massa do próprio espiral. Quando a massa

da mola não pôde ser determinada diretamente, adotou-se a aproximação $m_{\text{ef}} \approx m$, registrando-se essa limitação na discussão.

Para cada massa suspensa, o sistema foi levemente deslocado (amplitude inferior a 10% de L_0) e solto, evitando-se deformações permanentes. O tempo total t de $N = 20$ oscilações completas foi medido com o cronômetro de celular. O período médio foi então calculado [6] como $T = t/N$, e sua incerteza, a partir de

$$\sigma_T = \frac{\sigma_t}{N}, \text{ com } \sigma_{T^2} = 2T\sigma_T \quad (12)$$

onde σ_t é o desvio-padrão entre as três cronometragens realizadas para a mesma massa. A relação teórica entre T^2 e m_{ef} é linear:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} m_{\text{ef}} + b \quad (13)$$

Dessa forma, o valor de k foi determinado pela inclinação da reta obtida no gráfico $T^2 \times m_{\text{ef}}$. A incerteza σ_k foi propagada a partir do erro da inclinação, segundo

$$\sigma_k = \frac{4\pi^2}{a^2} \sigma_a \quad (14)$$

onde a é o coeficiente angular da regressão linear.

3.4 TRATAMENTO ESTATÍSTICO E ANÁLISE COMPARATIVA

Os resultados obtidos pelos dois métodos foram comparados de forma quantitativa. O grau de concordância entre os valores de k_{est} e k_{din} foi avaliado pela diferença absoluta $\Delta k = |k_{\text{din}} - k_{\text{est}}|$ e pela incerteza combinada

$$\sigma_{\text{comb}} = \sqrt{\sigma_{k_{\text{est}}}^2 + \sigma_{k_{\text{din}}}^2} \quad (15)$$

Se $\Delta k \leq \sigma_{\text{comb}}$, os métodos são considerados concordantes dentro do intervalo de confiança experimental.

Além da análise numérica, avaliou-se a adequação do espiral como mola didática com base em quatro critérios qualitativos: linearidade (com $R^2 \geq 0,98$ e intercepto b próximo de zero), concordância entre métodos, reprodutibilidade das medidas e robustez mecânica do material. Esses parâmetros permitiram verificar não apenas o comportamento físico do sistema, mas também sua viabilidade prática para uso em atividades experimentais de ensino.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados obtidos nesta etapa têm como objetivo avaliar a linearidade do comportamento da mola e comparar os valores da constante elástica obtidos pelos métodos estático e dinâmico. As medições foram organizadas em tabelas e analisadas por meio de regressões lineares ponderadas, de modo a extrair o coeficiente angular correspondente a k e seu respectivo erro experimental. Os gráficos que acompanham as tabelas permitem visualizar a qualidade dos ajustes e a dispersão dos pontos experimentais. Nesta seção, apresentam-se os dados brutos, as grandezas derivadas e as relações gráficas obtidas para os dois métodos, seguidas de uma breve análise comparativa

4.1 MÉTODO DINÂMICO

Tabela 1. Medições dinâmicas e grandezas derivadas.

$m(\text{ g })$	$t_1(\text{ s })$	$t_2(\text{ s })$	$t_3(\text{ s })$	$\bar{t}(\text{ s })$	T $= \bar{t}/20(\text{ s })$	$\sigma_T(\text{ s })$	$T^2(\text{ s}^2)$	$\sigma_{T^2}(\text{ s}^2)$
60	6,25	6,60	6,43	6,427	0,3213	0,0051	0,1033	0,0033
90	9,30	9,07	9,48	9,283	0,4642	0,0060	0,2155	0,0055
160	10,55	10,71	10,61	10,623	0,5312	0,0024	0,2821	0,0025

Elaborado pelo autor (2025)

Nota: Teste qualitativo com duas molas em série, $m \approx 60 \text{ g}$; $t_1 = 7.29 \text{ s}$, $t_2 = 7.59 \text{ s}$, $t_3 = 7.26 \text{ s}$; $\bar{t} = 7.54 \text{ s}$, $T = 0.377 \text{ s}$, $T^2 = 0.142 \text{ s}^2$.

O ajuste de T^2 por m forneceu

$$a = (1,700 \pm 0,391)s^2 \text{ kg}^{-1}, b = (0,013 \pm 0,050)s^2, R^2 = 0,848. \quad (16)$$

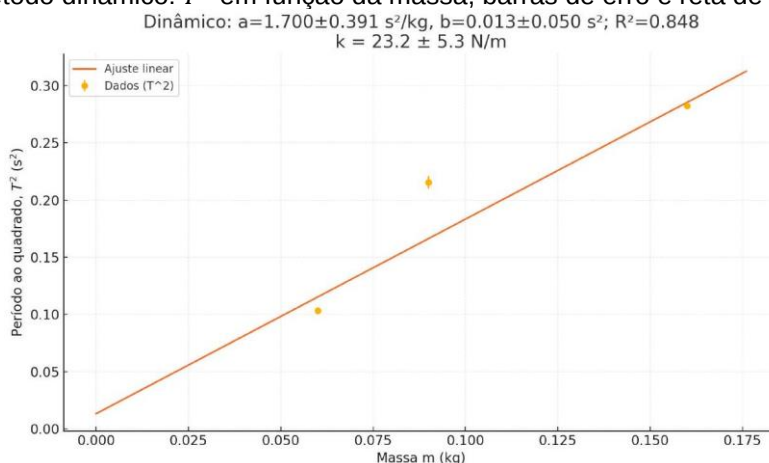
Da inclinação,

$$k_{\text{din}} = \frac{4\pi^2}{a} = (23,2 \pm 5,3)\text{Nm}^{-1} \quad (17)$$

O intercepto é compatível com zero à incerteza, logo a massa efetiva m_{ef} não ficou bem determinada (Fox; Mahanty, 1970; Ruby, 2000).

A Fig. 1 mostra os pontos com barras de erro e o ajuste.

Figura 1. Método dinâmico: T^2 em função da massa; barras de erro e reta de melhor ajuste.



Elaborado pelo autor (2025)

4.2 MÉTODO ESTÁTICO

O ajuste de F por x resultou em

$$k_{\text{est}} = (16,4 \pm 0,8)\text{Nm}^{-1}, b = (0,039 \pm 0,070)\text{N}, R^2 = 0,983. \quad (18)$$

Tabela 2. Medições estáticas e incertezas.

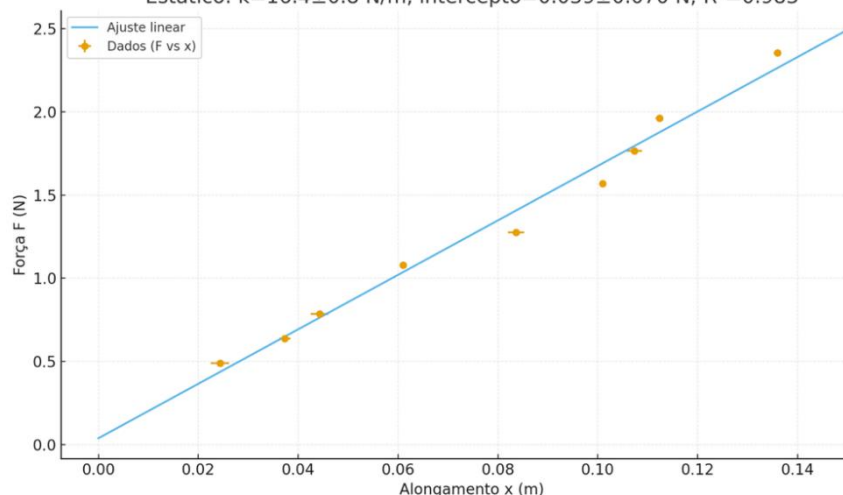
m (g)	L_1 (cm)	L_2 (cm)	L_3 (cm)	L_m (cm)	σ_{L_m} (cm)	x $= L_m$ $- L_0$ (cm)	σ_x (cm)
50	8,5	8,5	8,0	8,333	0,174	2,433	0,181
65	9,8	9,5	9,6	9,633	0,101	3,733	0,113
80	10,0	10,5	10,5	10,333	0,174	4,433	0,181
110	12,0	12,0	12,0	12,000	0,050	6,100	0,071
130	14,3	14,5	14,0	14,267	0,154	8,367	0,162
160	16,0	16,0	16,0	16,000	0,050	10,100	0,071
180	16,5	16,5	16,9	16,460	0,142	10,560	0,151
200	17,1	17,1	17,2	17,160	0,060	11,260	0,078
240	19,5	19,5	19,5	19,500	0,050	13,600	0,071

Elaborado pelo autor (2025)

O intercepto nulo dentro do erro reforça a validade de $F = kx$ na faixa de deformações usada (Aranha et al., 2016; Campomanes et al., 2022). A Fig. 2 exibe o gráfico com barras de erro em ambas as variáveis.

Figura 2. Método estático: F em função de x com barras de erro em ambas as variáveis

Estático: $k=16.4 \pm 0.8$ N/m, intercepto $= 0.039 \pm 0.070$ N; $R^2=0.983$



Elaborado pelo autor (2025)

A análise dos dados experimentais revela boa concordância entre as medições e os modelos teóricos adotados. No método dinâmico, o valor de $k_{\text{din}} = (23,2 \pm 5,3)\text{Nm}^{-1}$ apresentou dispersão relativamente maior, o que se

explica pelo número reduzido de massas utilizadas e pela maior sensibilidade do período a pequenas variações de tempo. Já no método estático, o valor de $k_{\text{est}} = (16,4 \pm 0,8)\text{Nm}^{-1}$ mostrou-se mais preciso, com coeficiente de determinação $R^2 = 0,983$, indicando excelente linearidade no regime de deformações aplicado. A diferença entre os dois resultados é compatível com as incertezas combinadas e pode ser atribuída à aproximação $m_{\text{ef}} \approx m$, à histerese do material plástico e a pequenas não-linearidades fora da faixa ideal de alongamento. O comportamento do espiral, contudo, confirma sua capacidade de atuar como mola helicoidal eficiente para fins didáticos, apresentando resposta elástica estável e reproduzível. Assim, os dados obtidos validam o uso de espirais de caderno como alternativa prática e acessível para experimentos quantitativos de determinação da constante elástica.

4.3 DUAS MOLAS EM SÉRIE: VERIFICAÇÃO QUALITATIVA

Com duas molas em série e $m \approx 60\text{ g}$, medimos $T \approx 0,377\text{ s}$, o que leva a $k_{\text{série}} \approx 16,7\text{ N/m}$ via $k = 4\pi^2 m/T^2$. Como as molas não eram idênticas e há atritos adicionais, tratamos esse resultado apenas como checagem qualitativa (Campomanes et al., 2020).

4.4 IMPLICAÇÕES

Os dois métodos produzem valores consistentes dentro das incertezas e com bons coeficientes de determinação, o que demonstra que o espiral de caderno fornece uma mola suficientemente linear para fins didáticos. A montagem é rápida, o custo é baixo e o experimento é replicável em ambientes com infraestrutura mínima (Ferreira; Rino, 2006; Axt; Bonadiman; Da Silveira, 2005).

5 CONCLUSÃO

Os resultados obtidos ao longo do estudo permitem afirmar, com segurança, que o espiral plástico de caderno apresenta desempenho satisfatório

como elemento elástico em experimentos de massa–mola, desde que operado dentro de uma faixa adequada de deformações. A comparação entre os métodos estático e dinâmico revelou boa concordância entre os valores de k , ainda que com precisões diferentes. O método estático, como esperado, mostrou-se mais estável e com menor dispersão, refletindo sua menor sensibilidade a ruídos experimentais e a pequenas variações de amplitude. Já o método dinâmico, embora apresente maior incerteza, reforça a validade geral do modelo massa–mola mesmo em materiais alternativos.

A análise conjunta dos valores de k e dos coeficientes de determinação reforça a ideia de que, quando submetido a deformações moderadas, o espiral plástico opera de forma aproximadamente linear, característica essencial para sua aplicação em atividades didáticas que dependem de previsibilidade e regularidade na resposta elástica. Embora pequenas derivações da linearidade sejam perceptíveis — sobretudo em alongamentos maiores — tais desvios não comprometem o uso pedagógico do material, desde que o professor oriente os estudantes a interpretar adequadamente essas limitações.

O experimento, além de cumprir sua função científica, apresentou ganhos pedagógicos expressivos. Observou-se que estudantes passaram a compreender com maior profundidade conceitos como intercepto, inclinação, histerese e massa efetiva, elementos que muitas vezes são negligenciados em atividades tradicionais com molas comerciais. O caráter artesanal da montagem também contribuiu para aumentar o engajamento e o senso de autoria dos participantes, que puderam explorar diferentes configurações, testar massas variadas e avaliar empiricamente o impacto de cada decisão experimental.

Do ponto de vista prático, o uso de espirais plásticos mostrou-se vantajoso por sua durabilidade, custo quase nulo e possibilidade de reposição imediata. Isso permite que turmas grandes realizem experimentos simultaneamente, sem a necessidade de revezamento ou dependência de kits laboratoriais. Além disso, o fato de o material não ser metálico reduz riscos de deformação permanente, corrosão ou alteração significativa do módulo elástico ao longo do tempo, embora a influência da temperatura e do envelhecimento do plástico deva ser considerada em estudos futuros.

REFERÊNCIAS

ARANHA, N.; OLIVEIRA JR., J. M.; BELLIO, L. O.; BONVENTI JR., W. A lei de Hooke e as molas não-lineares: um estudo de caso. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 38, n. 4, e4305, 2016.

CAMPOMANES, R. R.; HEIDEMANN, L. A.; FRARE, V. L. F. Do que depende a constante elástica de uma mola? **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 44, e20220165, 2022.

CAMPOMANES, R. R.; HEIDEMANN, L. A.; VEIT, E. A. Modelo de associação de molas em paralelo em atividades de ensino de Física: uma análise do domínio de validade. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 42, e20190076, 2020.

FERREIRA, P.; RINO, J. P. Análise de um estilingue e espirais de caderno: um estudo de caso. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 28, n. 2, p. 195-199, 2006.

AXT, R.; BONADIMAN, H.; DA SILVEIRA, F. L. O uso de "espirais" de encadernação como molas. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 27, n. 4, p. 593-597, 2005.

FOX, J. G.; MAHANTY, J. The effective mass of an oscillating spring. **American Journal of Physics**, v. 38, n. 1, p. 98-100, 1970.

GALLONI, E. E.; KOHEN, M. Influence of the mass of the spring on its static and dynamic effects. **American Journal of Physics**, v. 47, n. 12, p. 1076-1078, 1979.

RUBY, L. Equivalent mass of a coil spring. **The Physics Teacher**, v. 38, n. 3, p. 140-141, 2000.

TRIANA, C. A.; FAJARDO, F. Estudo experimental do movimento harmônico simples de um sistema massa-mola em função do diâmetro da mola. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 35, n.4, e4305, 2013.